

Relations binaires

QCOP RELB.1



1. Définir la notion de relation d'équivalence, en explicitant chaque terme.
2. On considère la relation $\mathcal{R}$ de divisibilité sur $\mathbb{N}$:

$$\forall a, b \in \mathbb{N}, \quad a \mathcal{R} b \iff \exists k \in \mathbb{N} : b = ka.$$

- a) Montrer que $\mathcal{R}$ est réflexive et transitive.
- b) La relation $\mathcal{R}$ est-elle une relation d'équivalence ?

QCOP RELB.2



Soit E un ensemble. Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence sur E .

1. Définir la classe d'équivalence de $a \in E$ pour $\mathcal{R}$, notée $cl_{\mathcal{R}}(a)$.
2. Montrer que $\{cl_{\mathcal{R}}(a) ; a \in E\}$ forme une partition de E .
3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
 - a) Justifier que la congruence modulo n est une relation d'équivalence sur $\mathbb{Z}$.
 - b) En déduire une partition de $\mathbb{Z}$.

QCOP RELB.3



Soit E un ensemble. Soit $\preccurlyeq$ une relation d'ordre sur E .

1. Définir « $\preccurlyeq$ est une relation d'ordre sur E » et « $(E, \preccurlyeq)$ est totalement ordonné ».
2. Donner des exemples d'ensembles ordonnés. Lesquels sont totalement ordonnés ?
On s'intéressera par exemple à $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$, $\mathcal{P}(E)$ et $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.