

ENS. Ensembles

QCOP ENS.1

1. a) Résultat. $\bigcup_{i \in I} A_i = \{x \in E \mid \exists i \in I : x \in A_i\}$

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x \in E \mid \forall i \in I, x \in A_i\}.$$

b) Résultat. $B \setminus A = \{x \in B \mid x \notin A\} = B \cap (E \setminus A).$

2. a) On peut raisonner par équivalences successives en utilisant la négation des quantificateurs.

b) Utiliser la question précédente.

Résultat. $E \setminus \left(\bigcap_{i \in I} A_i \right) = \bigcup_{i \in I} (E \setminus A_i).$

3. Utiliser les deux questions précédentes successivement.

QCOP ENS.2

1. Résultat. $A_1 \times \cdots \times A_n = \{(x_1, \dots, x_n) ; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}.$

2. On verra apparaître quatre carrés.

3. a) Résultat. $E \times F = \emptyset \iff E = \emptyset \text{ ou } F = \emptyset.$

Pour chaque implication, on pourra raisonner par l'absurde (ou contraposée).

b) Résultat. $(E \times F) \subset (E' \times F') \iff E \subset E' \text{ et } F \subset F',$
 $(E \times F) = (E' \times F') \iff E = E' \text{ et } F = F'.$

Pour montrer la première assertion, raisonner par double implication.

La deuxième assertion découle de la première.